

Implicit felületek alkalmazása a szabadformájú felületmodellezésben

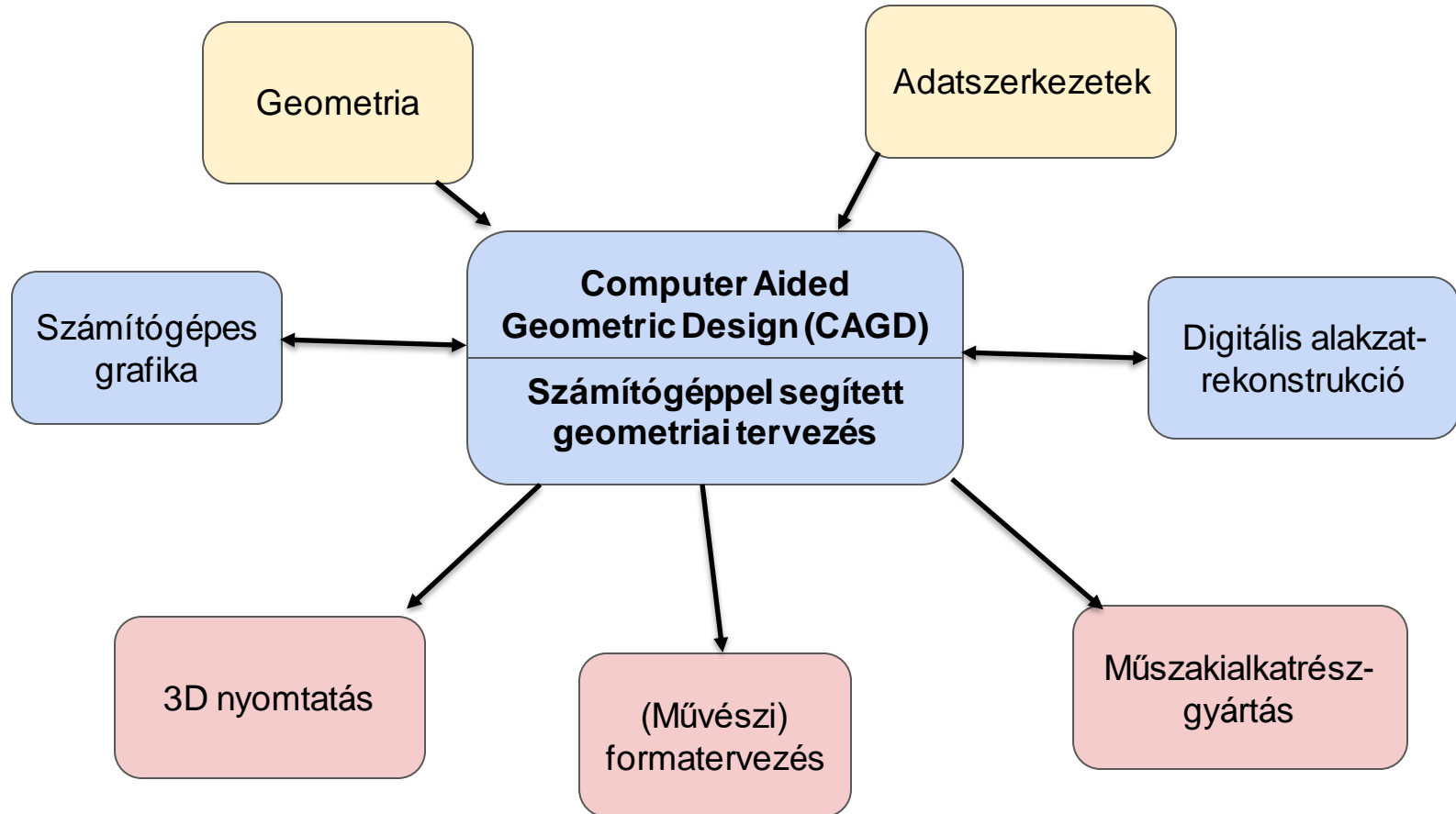
Sipos Ágoston

Bolyai Kollégium Informatika szeminárium
2022. 03. 22.

Computer Aided Geometric Design (CAGD)

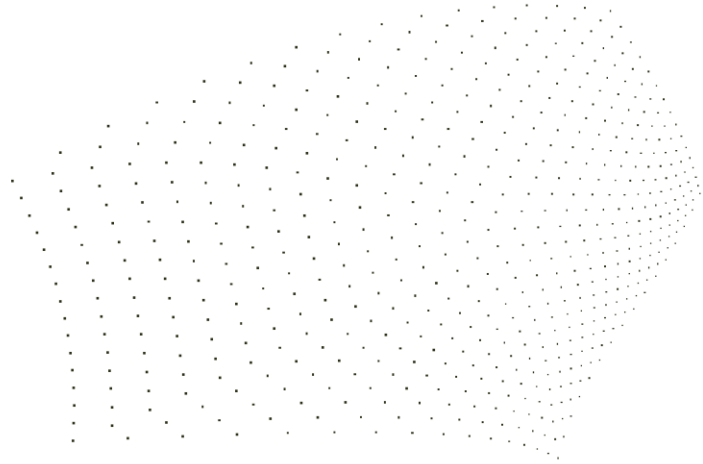
A számítógépes tervezésben használt geometriai entitások (görbék, felületek, tömör testek, stb.) reprezentációjával, feldolgozásával, analízisével, alkalmazásaival foglalkozó tudományterület

Kapcsolódó területek



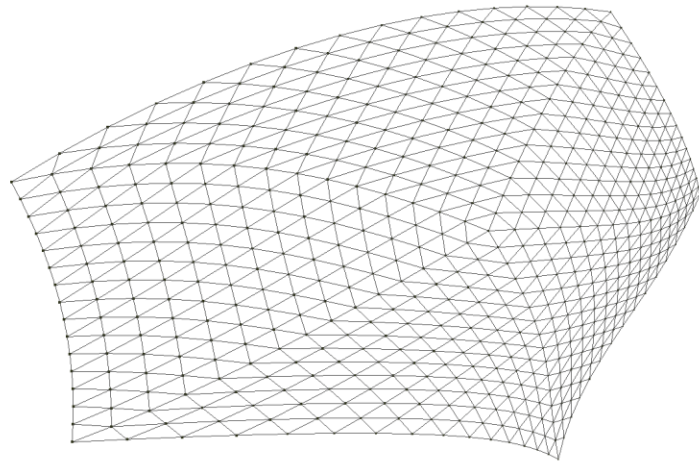
Digitális reprezentációk

- **pontok, pontfelhők**
- háromszögek, háromszöghálók
- görbék, görbehálózatok
- felületek, felület-csoportok
- tömör testek



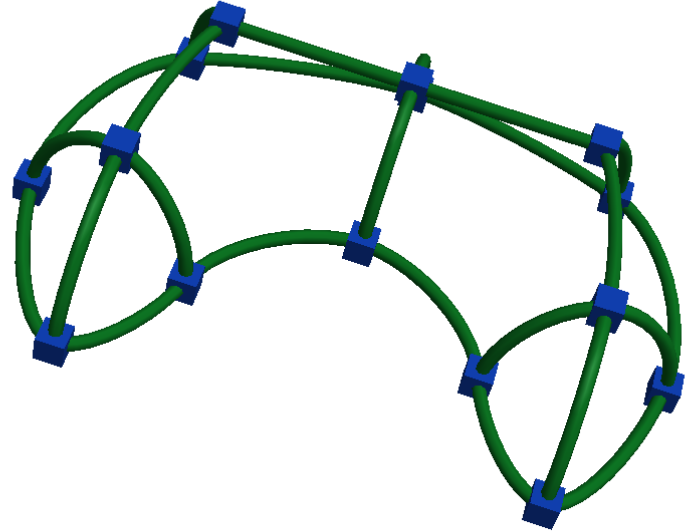
Digitális reprezentációk

- pontok, pontfelhők
- **háromszögek, háromszöghálók**
- görbék, görbehálózatok
- felületek, felület-csoportok
- tömör testek



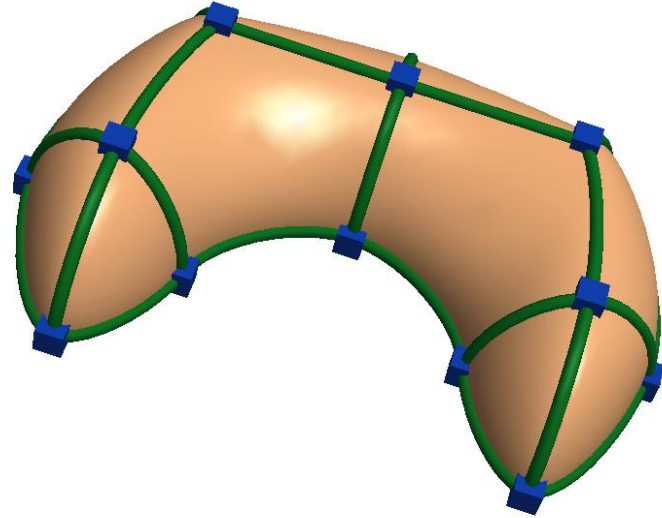
Digitális reprezentációk

- pontok, pontfelhők
- háromszögek, háromszöghálók
- **görbék, görbehálózatok**
- felületek, felület-csoportok
- tömör testek



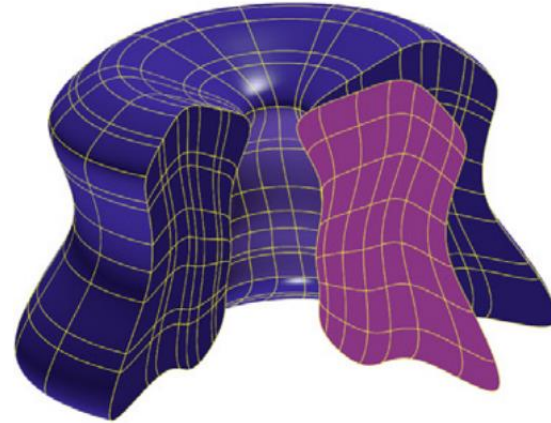
Digitális reprezentációk

- pontok, pontfelhők
- háromszögek, háromszöghálók
- görbék, görbehálózatok
- **felületek, felület-csoportok**
- tömör testek



Digitális reprezentációk

- pontok, pontfelhők
- háromszögek, háromszöghálók
- görbék, görbehálózatok
- felületek, felület-csoportok
- **tömör testek**

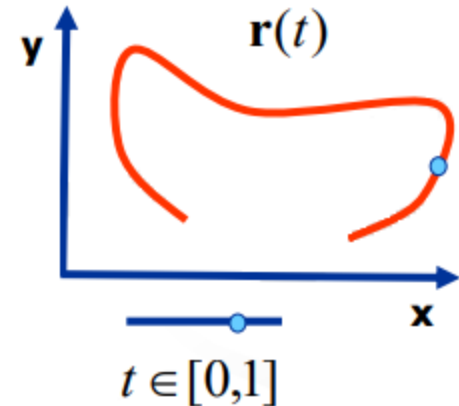
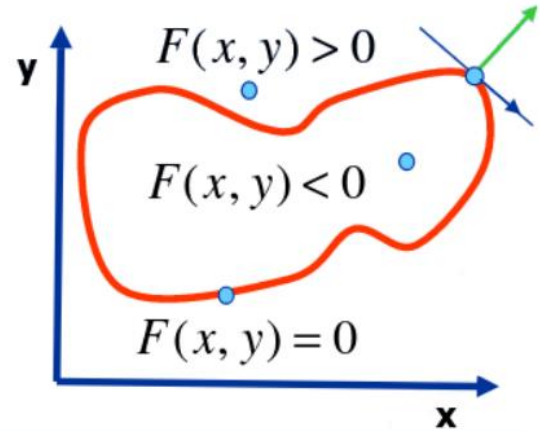


Kép forrása: F. Massarwi, G. Elber, **A B-spline based framework for volumetric object modeling**. *Computer-Aided Design*, Vol. 78, pp. 36-47, 2016.

Geometriák matematikai leírása

Síkgörbék:

- Explicit $y = f(x)$
- Implicit $F(x, y) = 0$
- Parametrikus $(x, y) = \mathbf{p}(t)$

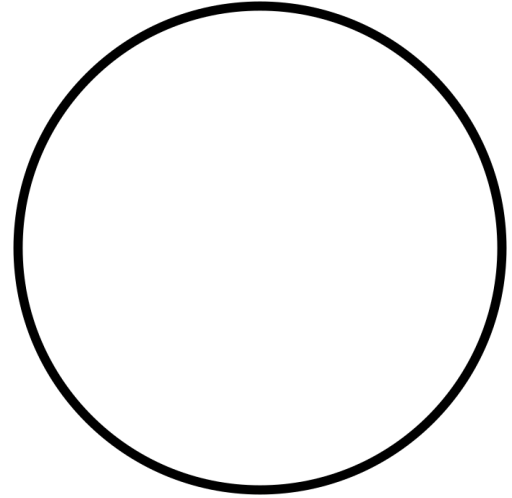


Példa: egység sugarú kör

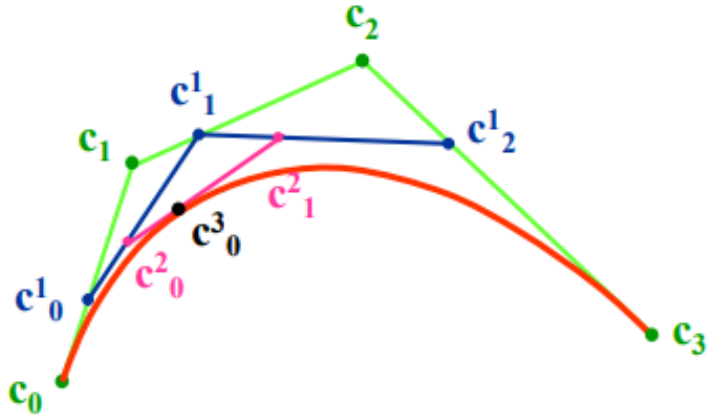
- Explicit: ????
- Implicit: $x^2 + y^2 - 1 = 0$
- Parametrikus: $x = \cos(t)$, $y = \sin(t)$

"Feladatok":

- Pontja-e a körnek $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, vagy $(\frac{\sqrt{5}}{4}, \frac{2}{3})$?
- Adjunk meg 100 különböző pontot a körön!



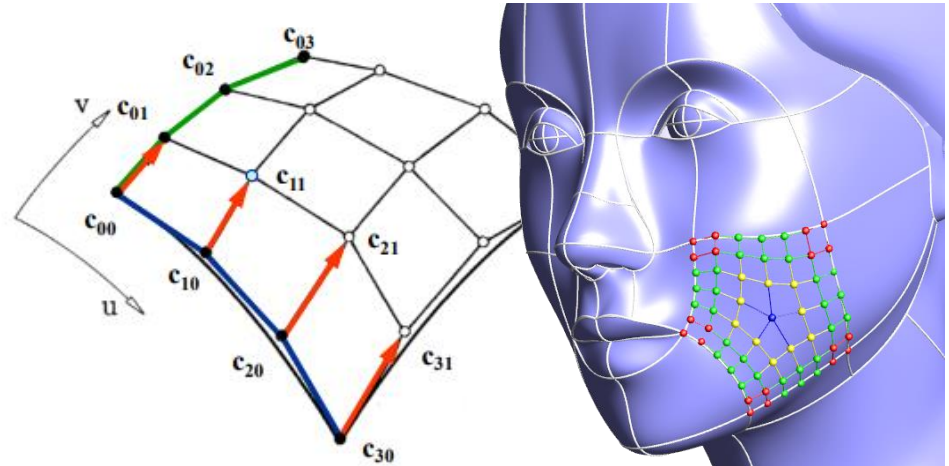
Esettanulmány I.: Bézier



$$c_i^r(t) = (1-t)c_i^{r-1}(t) + t \cdot c_{i+1}^{r-1}(t)$$

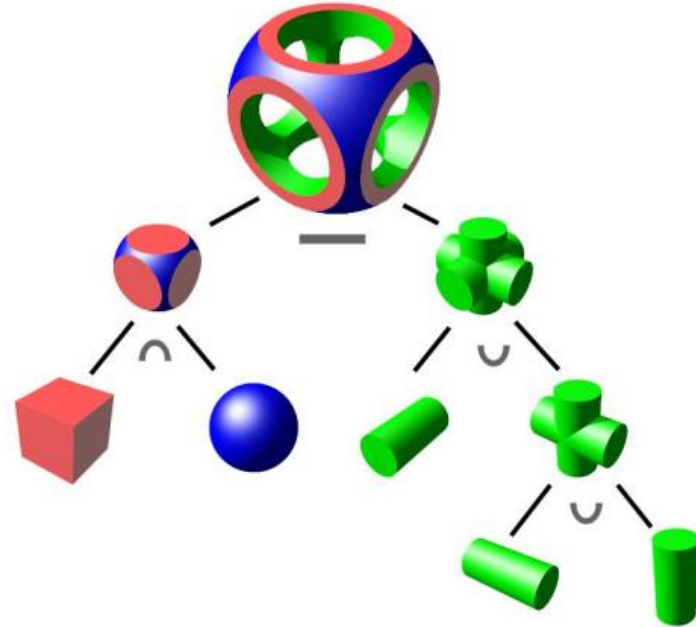
$$c(t) = \sum_{k=0}^n c_k \cdot \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k}$$

Demó: <http://math.bme.hu/~kovacs/cagd-applets/Surfaces.html>



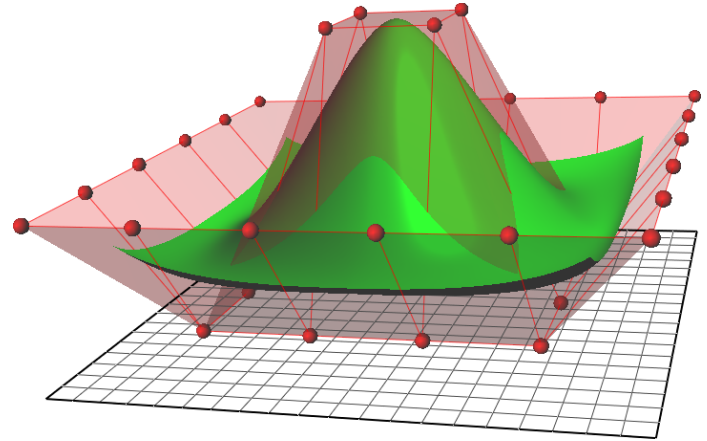
Esettanulmány II.: CSG

- Levelekben primitívek:
egyszerű implicit felületek
- Belső csúcsok: halmazműveletek
(unáris, bináris)
- Pontok osztályozása (belső/külső)
egyszerűen implementálható
 - Pl.: $A = \{f < 0\}$, $B = \{g < 0\}$
 $A \cap B = \{\max(f, g) < 0\}$



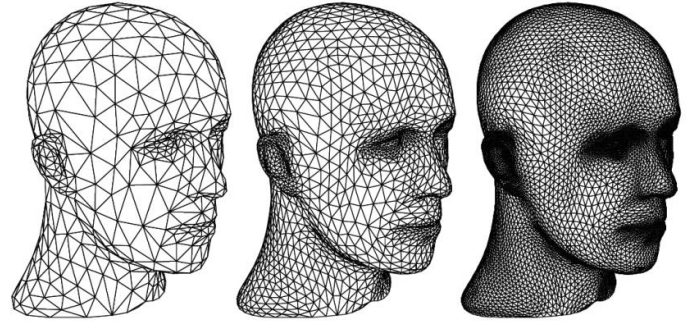
Kívánatos tulajdonságok

1. **Geometriailag értelmezhető tervezés (!)**
2. Hatékony konverzió háromszöghálóvá
3. Pont-felület távolság számítás
4. Felület metszése egyenessel



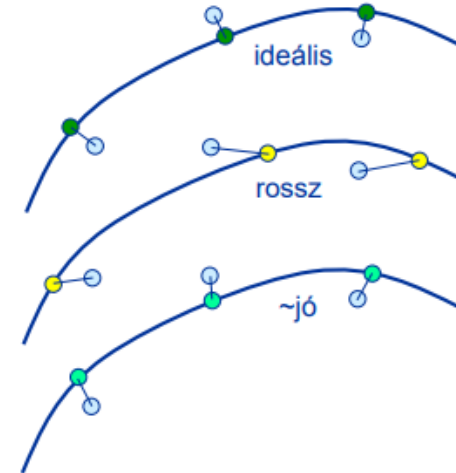
Kívánatos tulajdonságok

1. Geometriailag értelmezhető tervezés (!)
2. **Hatékony konverzió háromszöghálóvá**
3. Pont-felület távolság számítás
4. Felület metszése egyenessel



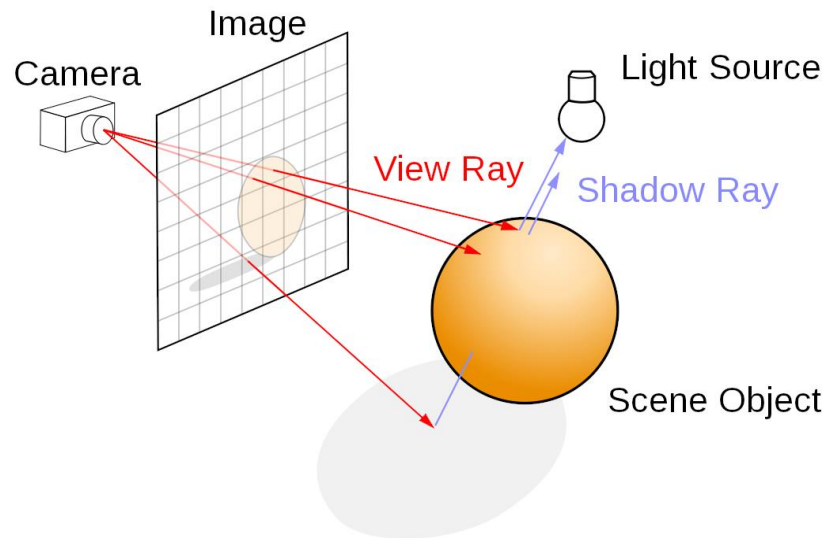
Kívánatos tulajdonságok

1. Geometriailag értelmezhető tervezés (!)
2. Hatékony konverzió háromszöghálóvá
3. **Pont-felület távolság számítás**
4. Felület metszése egyenessel



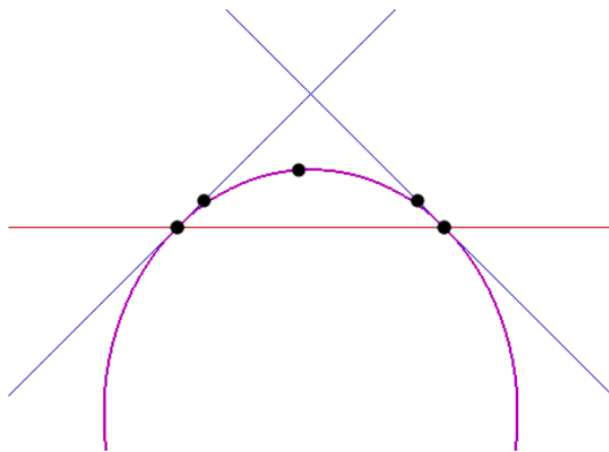
Kívánatos tulajdonságok

1. Geometriailag értelmezhető tervezés (!)
2. Hatékony konverzió háromszöghálóvá
3. Pont-felület távolság számítás
4. **Felület metszése egyenessel**



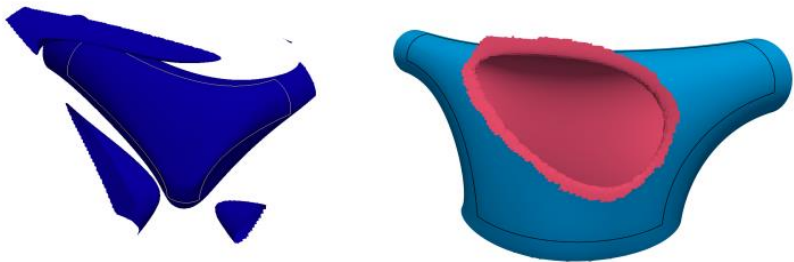
Implicit görbék kényszerekkel


- Adott két metsző egyenes (implicit formában: $L_1(x,y) = 0$, $L_2(x,y) = 0$), kerekítsük le a sarkot.
- Megoldás: vegyünk a „saroklevágó” egyenest ($C(x,y) = 0$)
- $F = (1-\lambda)L_1L_2 - \lambda C^2$ lesz a lekerekítő görbe ($0 < \lambda < 1$)



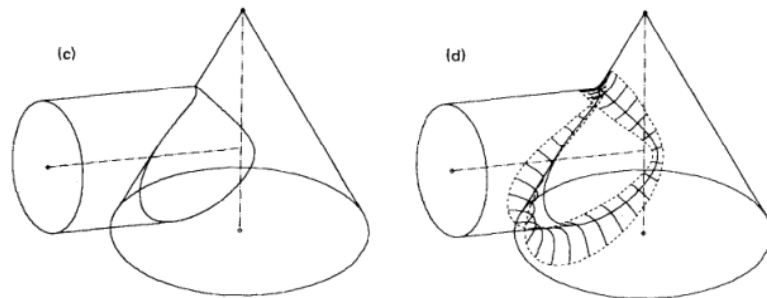
Általánosítások


Algebrai illesztések



 Bajaj, Chandrajit L., and Ihm, Insung.
Algebraic surface design with Hermite interpolation.
ACM Transactions on Graphics (TOG) 11.1: 61-91., 1992

Funkcionális spline




 Li, Jinggong, Josef Hoschek, and Erich Hartmann.
 G^{n^*} -functional splines for interpolation and approximation of curves,
surfaces and solids
Computer Aided Geometric Design 7.1-4: 209-220., 1990

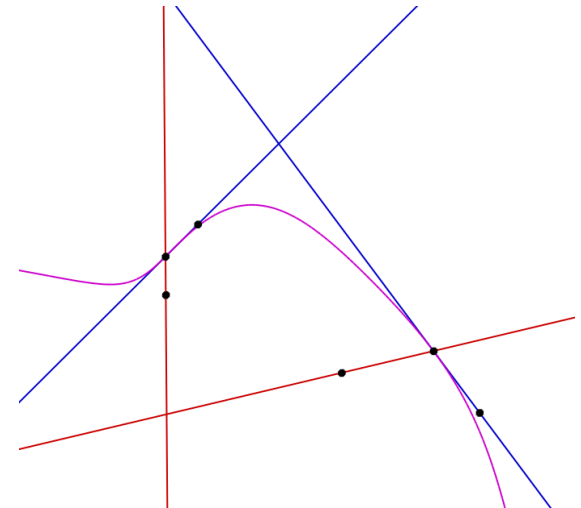
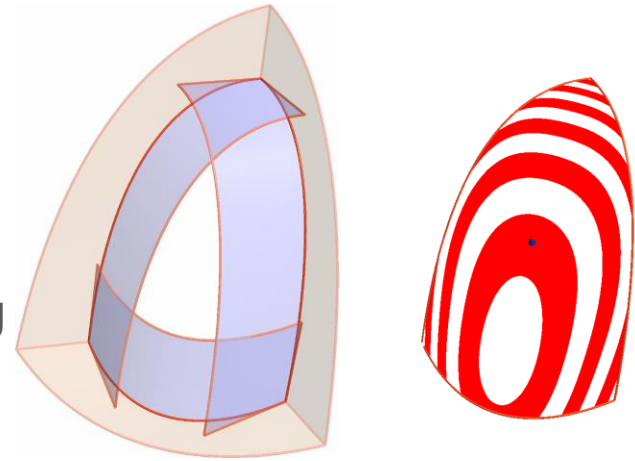
I-patch

- R_i , ($i=1..n$) érintő felületek, B_i , ($i=1..n$) vágó felületek, az azonos indexűek közösen adnak meg egy határgörbét

$$I = \sum_{i=1}^n w_i P_i \prod_{j \neq i} B_j^2 + w_0 \prod_{i=1}^n B_i^2 \quad w_i \in \mathbb{R}$$

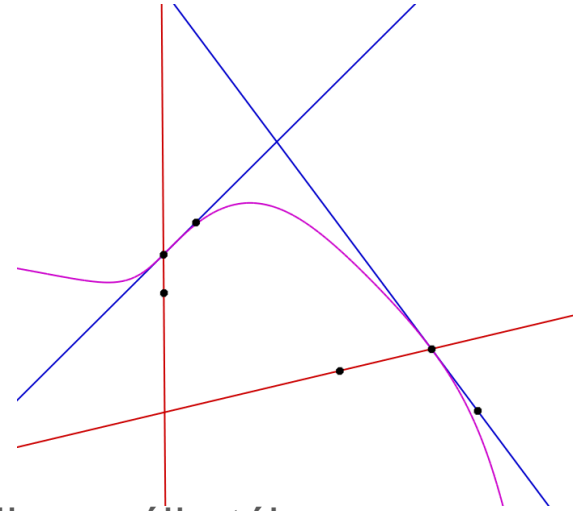
- Pl. $n=2$ -re: $I = w_1 P_1 B_2^2 + w_2 P_2 B_1^2 + w_0 B_1^2 B_2^2$
- n szabad paraméter van (valamelyikkel le lehet osztani)

 Várady, T., Benkő, P., Kós, G., Rockwood, A.
Implicit surfaces revisited—I-patches.
Geometric Modelling 323-335., 2001

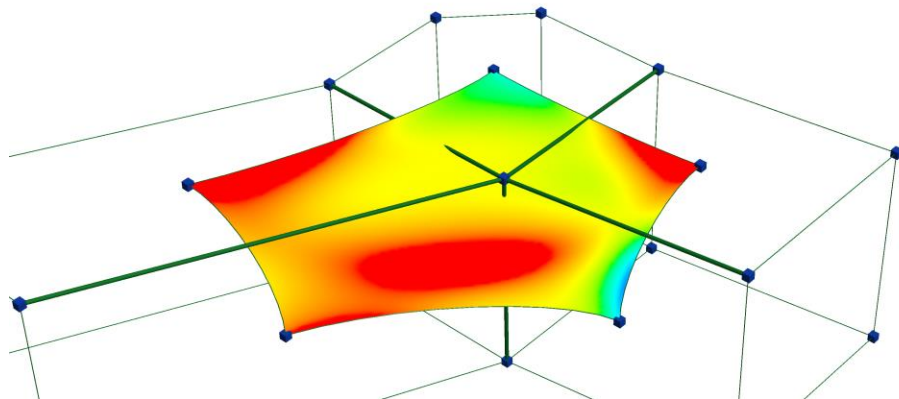
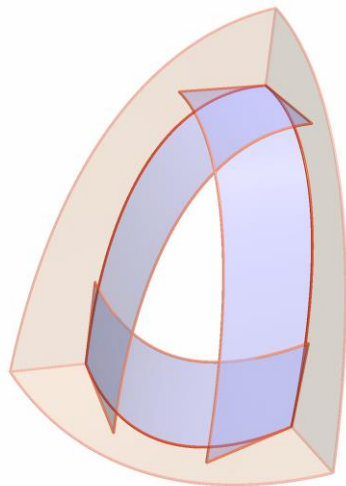
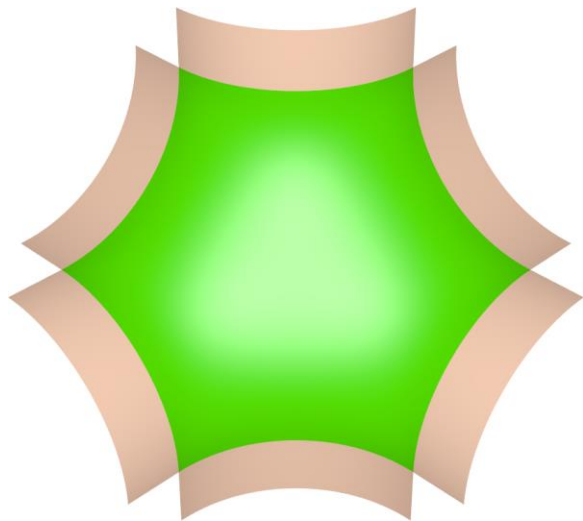


I-patch – Tulajdonságok

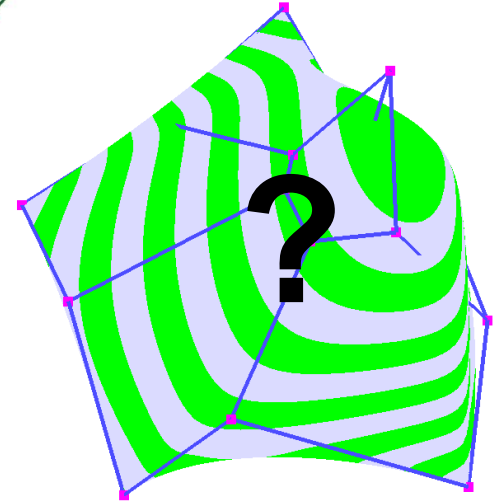
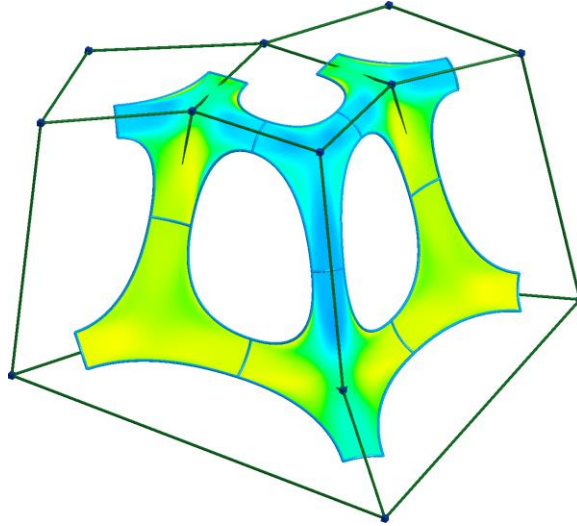
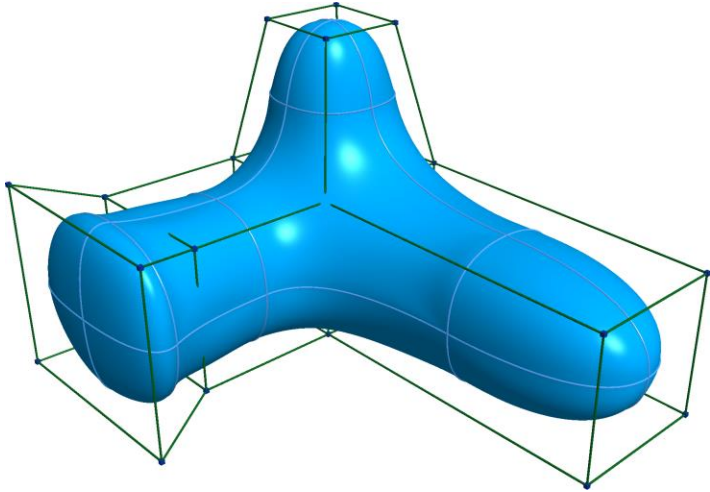
- $I = w_1 P_1 B_2^2 + w_2 P_2 B_1^2 + w B_1^2 B_2^2$
- k. határon: $P_k = 0, B_k = 0 \rightarrow I = 0$
- Simaság: ezekben a pontokban $P_k' = c \cdot I'$
($\langle B_k \text{ kitevője} - 1 \rangle$. deriváltig)
- w_i : szabad paraméterek, alak szabályozására felhasználhatók



I-patch – Példák

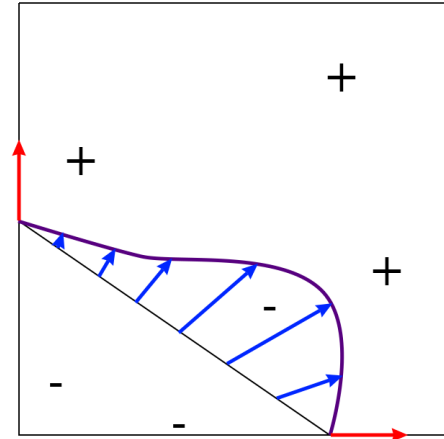
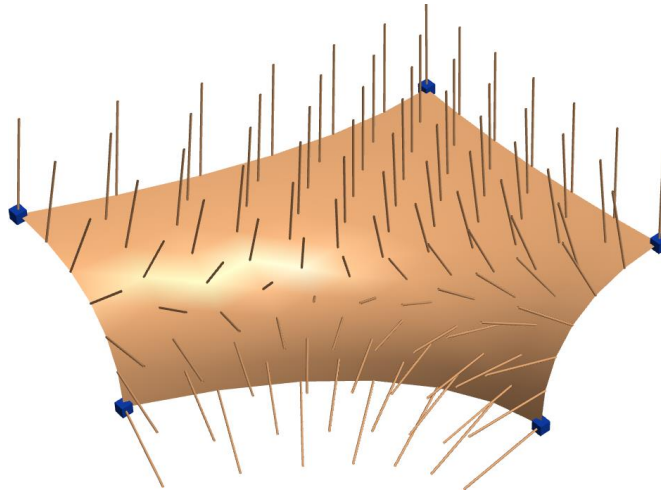
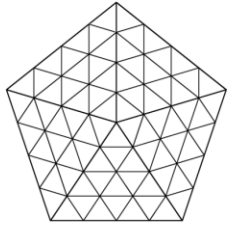


1.: Modellezés



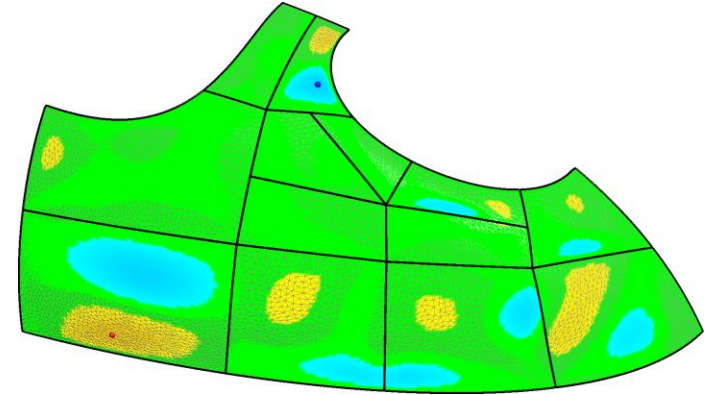
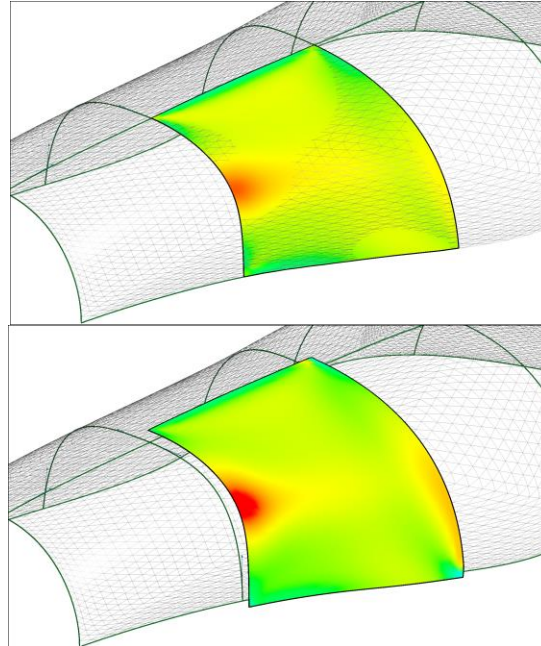
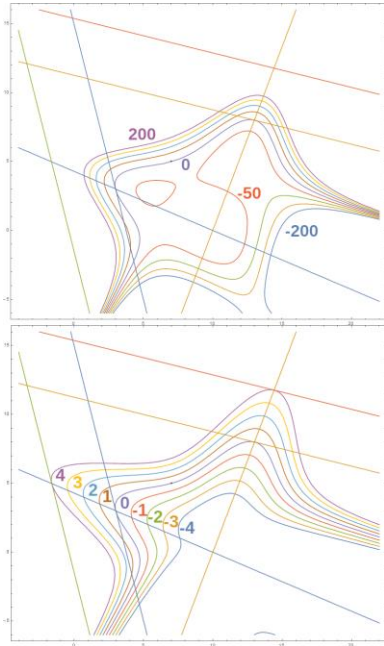
Á. Sipos, T. Várady, P. Salvi, M. Vaitkus, **Multi-sided implicit surfacing with I-patches**. *Computers & Graphics*, Vol. 90, pp. 29-42, 2020.

2. Diszkretizáció (tesszelláció)



Á. Sipos, P. Salvi, **Creating good quality meshes from smooth implicit surfaces**. *Proceedings of the Workshop on the Advances of Information Technology*, pp. 47-51, 2021.

3. Pont-felület távolság

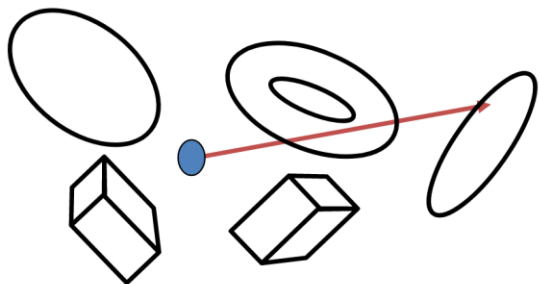


Á. Sipos, T. Várady, P. Salvi, **Approximating triangular meshes by implicit, multi-sided surfaces**. *Computer-Aided Design and Applications*, Vol. 19(5), pp. 1015-1028, 2022.

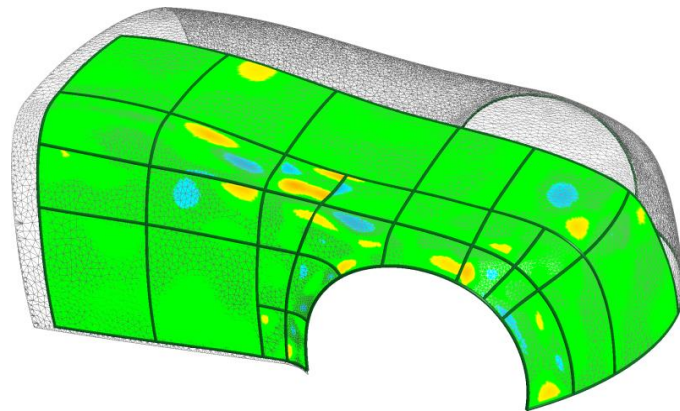
4. Metszés sugárral

- Implicit felületek közvetlenül metszhetők sugárral: egyenletmegoldás

$$f(\mathbf{p}_0 + t \cdot \mathbf{v}) = 0$$



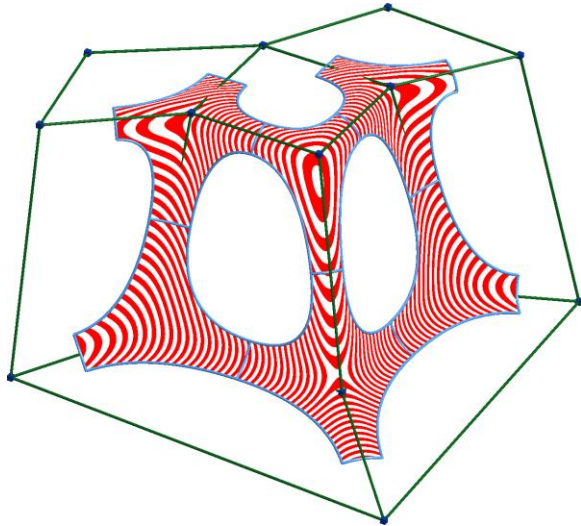
- Nagyságrendekkel kevesebb implicit felületdarab elég lehet, mint pl. háromszög



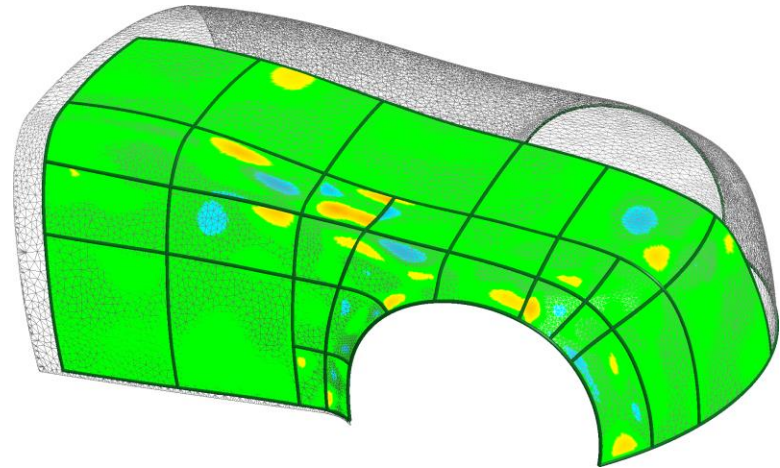
Hasznos linkek

- I-patch:
 - Cikk: <http://3dgeo.iit.bme.hu/pages/research/implicit/>
 - Implementáció: <https://github.com/agostonsipos/l-patch>
- CAGD:
 - Könyv: <https://scholarsarchive.byu.edu/facpub/1/>
 - Demó: <https://ciechanow.ski/curves-and-surfaces/>

Köszönöm a figyelmet



Kérdések?



Képek forrása:

- cg.iit.bme.hu oktatási anyagok
- Saját és hivatkozott publikációk
- Wikimedia Commons