Jellemzőkinyerés és gépi tanulás a jelfeldolgozásban

Bognár Gergő

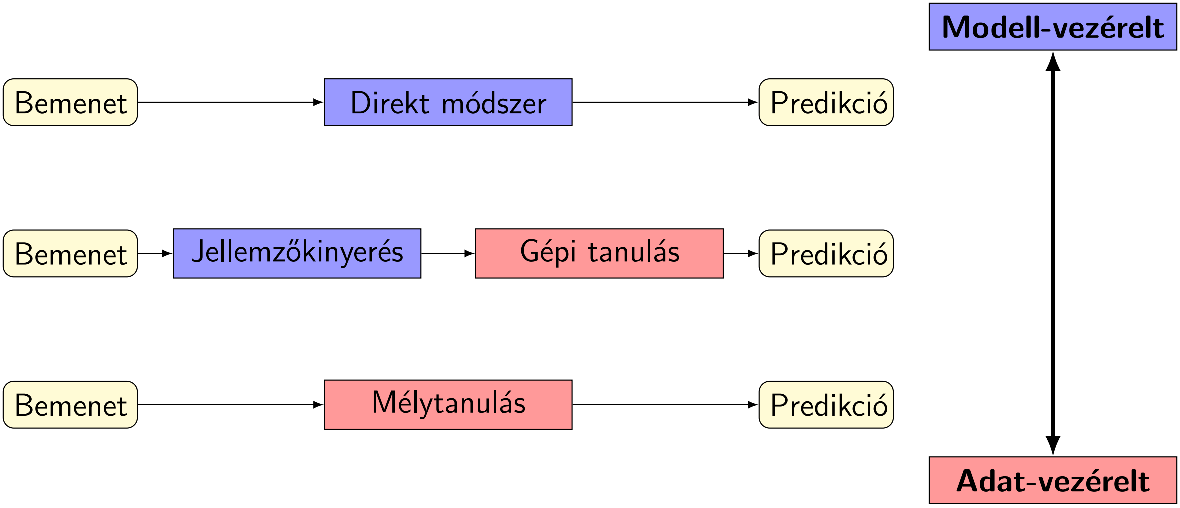
ELTE IK Numerikus Analízis Tanszék

Bolyai Kollégium, 2023. október 17.

Tartalom

Tartalom

Predikciós módszerek



Predikciós módszerek

Modell-vezérelt direkt módszerek

- Ismert vagy közelítő modell
- *Előny*: modell-információ, hatékonyság
- *Hátrány*: érzékenység, szuboptimális közelítések

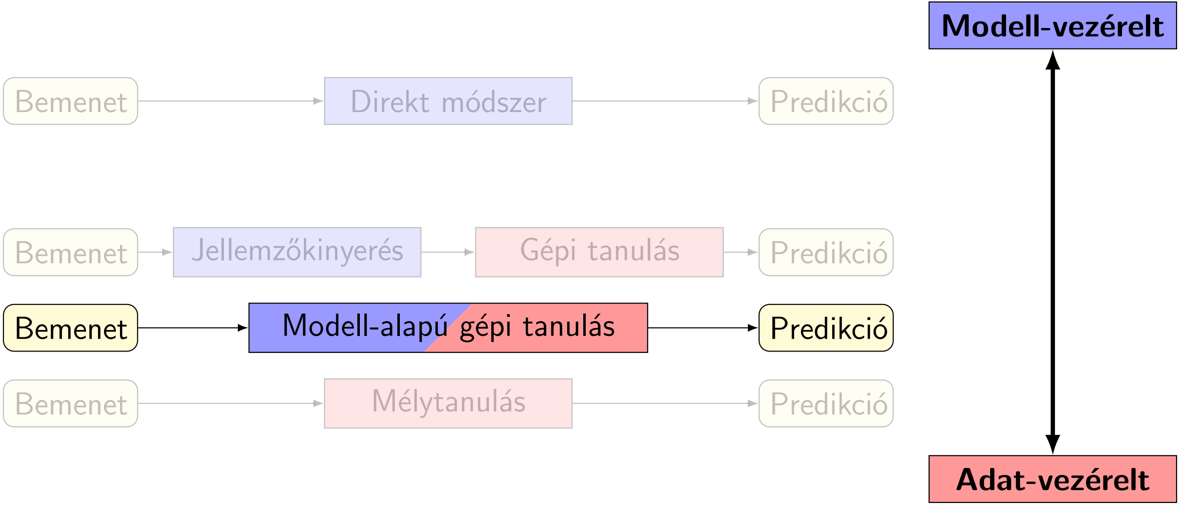
Hagyományos gépi tanulás

- Modell-alapú jellemzőkinyerés és gépi tanulás
- *Előny*: modell-információ és valódi adatok kombinációja
- *Hátrány*: Két független optimalizálás $\rightarrow$ közös eredmény szuboptimális lehet

Mélytanulás

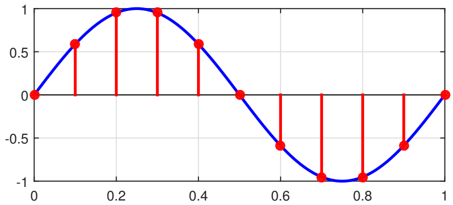
- Teljesen adatvezérelt, magas absztrakciójú tanuló modell
- *Előny*: valódi adatok statisztikája, általános modell
- *Hátrány*: fekete doboz, adatéhség, sok paraméter, számítási igény

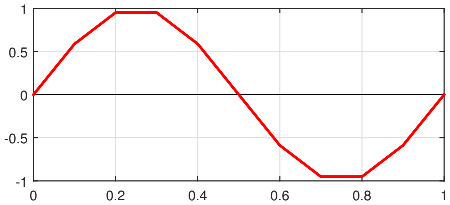
Modell-alapú gépi tanulás



Tartalom

Digitális jelfeldolgozás





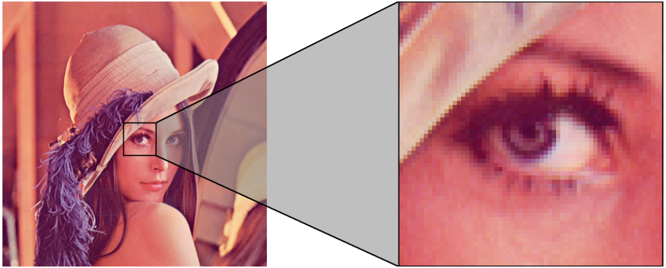
Digitális jel

- Diszkretizáció: mintavételezés és kvantálás

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad \longrightarrow \qquad x = (x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}) \in \mathcal{S}^n$$

- Nyquist–Shannon-tétel
- Artifaktumok: zaj, alias jelenség, Gibbs-effektus, ...

Digitális képfeldolgozás



Digitális kép

- Diszkretizáció: mintavételezés és kvantálás (szín és intenzitás)

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^k \quad \longrightarrow \quad A \in \mathcal{S}^{n \times m \times k}$$

- Artifaktumok: zaj, alias jelenség (Moiré-effektus), ringing, ...

Jelfeldolgozási problémák

Feladatok

- Jelek és képek automatikus feldolgozása és analízise
- Szűrés, tömörítés, transzformáció, jellemzőkinyerés, szegmentálás, osztályozás, események predikciója, anomália detektálás, ...

Megközelítések

- Modell-vezérelt: fizikai, statisztikai, matematikai modell alapján (ha ismert)
- Adat-vezérelt: tanulás reprezentatív mintaadaton
- Kombinált:
    - Modell-alapú jellemzőkinyerés és adat-vezérelt tanulás
    - Modell-alapú gépi tanulás konstrukciók

Tartalom

Jellemzőkinyerés

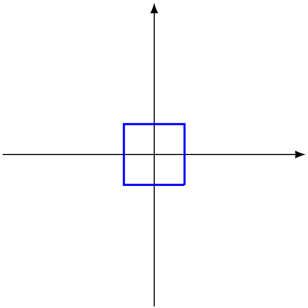
Célok

- Releváns információk kiemelése (modell-ismeret)
- Dimenziócsökkentés
- Gépi tanulás hatékonyságának növelése

Módszerek (jel- és képfeldolgozás)

- Főkomponens analízis (PCA), független komponens analízis (ICA)
- Geometriai és statisztikai jellemzők
  statisztikai mérőszámok, jellemzőpontok, skála-invariáns deszkriptorok
- Transzformációs módszerek
  Fourier, Wavelet, adaptív projekciók (VP)

Lineáris transzformációk

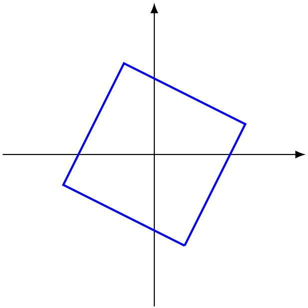


$$v \mapsto Av + b$$

$$v \in \mathbb{R}^n$$

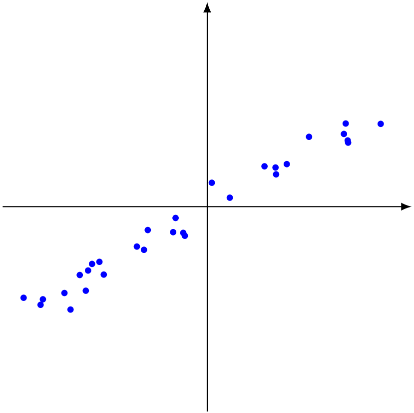
$$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$$

$$b \in \mathbb{R}^m$$

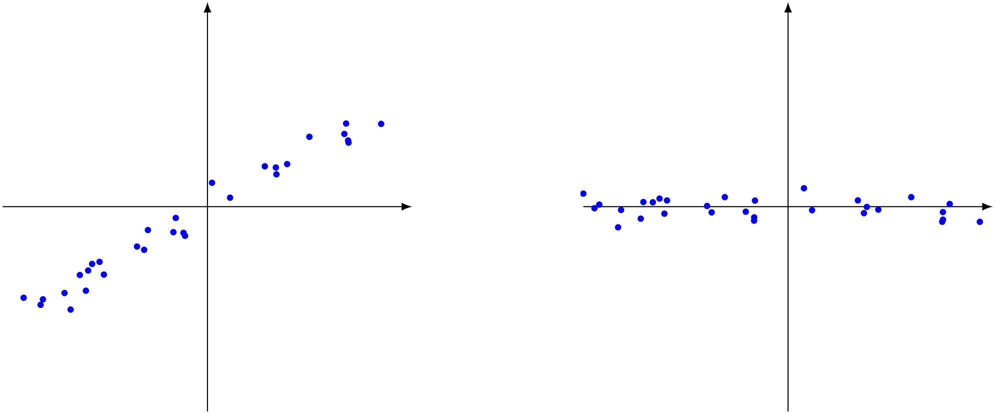


Lásd pl. elemi transzformációk (eltolás, forgatás, skálázás, ...)

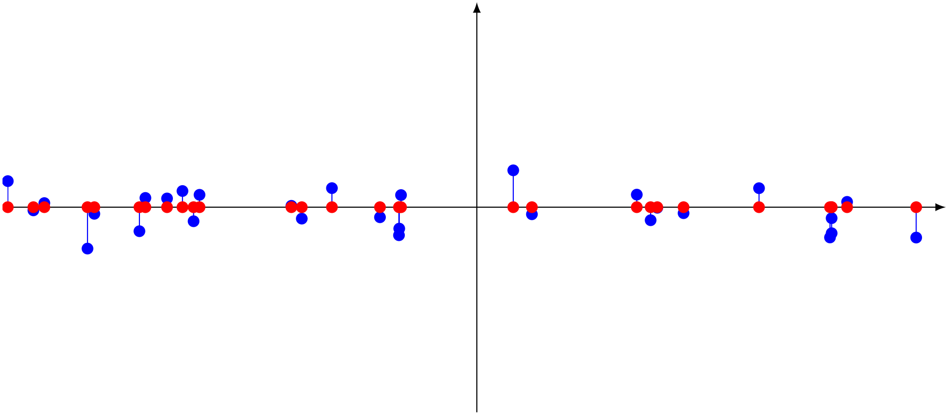
Példa



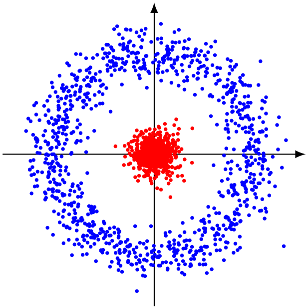
Példa: lineáris transzformáció



Példa: dimenziócsökkentés

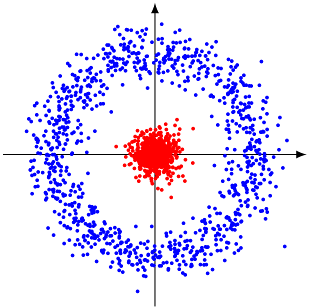


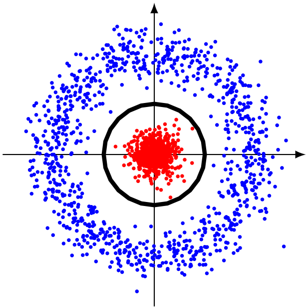
Példa



- Feladat: ponthalmazok szeparálása (osztályozás/klaszterezés)
- Jellemzőkinyerés?

Példa: nemlineáris transzformáció





- Feladat: ponthalmazok szeparálása (osztályozás/klaszterezés)
- Jellemzőkinyerés: $(x, y) \mapsto x^2 + y^2$ (dimenziócsökkentés)

Főkomponens analízis (PCA)

Adatok

- $x_1,\ x_2, \ldots, x_N \in \mathbb{R}^n$ mérések (koordinátánként normalizált)
- Mátrix reprezentáció: $X = [x_1\ x_2\ \ \ldots\ \ x_N] \in \mathbb{R}^{n \times N}$

Főkomponens analízis

- Ortogonális transzformáció, koordináták variancia szerinti rendezése
- Szinguláris érték felbontás: $X = U \Sigma V^T$
- Transzformáció: $T := U^T X$

Dimenziócsökkentés

- $\mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ transzformáció $(m << n)$
- PCA projekció: $T_m := U_m^T X$

Sorfejtés, Hilbert-térbeli approximáció

Ortogonális modell

- $\Phi_0, \Phi_1, \ldots, \Phi_{M-1} \in \mathbb{R}^N$ ortogonális rendszer

$$x \approx \hat{x} = \sum_{k=0}^{M-1} c_k \Phi_k = \Phi c$$

- Legkisebb négyzetes optimalizálás:

$$\|x - \Phi c\|_2^2 \to \min_c$$

Megoldás

- Együtthatók: $c_k = \langle x, \Phi_k \rangle$, $c = \Phi^T x$
- Ortogonális projekció: $\hat{x} = \Phi \Phi^T x$

Példák

- Fourier-transzformáció, waveletek, ...

Sorfejtés, Hilbert-térbeli approximáció

Általános modell

- $\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_{M-1} \in \mathbb{R}^N$ rendszer

$$x \approx \hat{x} = \sum_{k=0}^{M-1} c_k \Phi_k = \Phi c$$

- Legkisebb négyzetes optimalizálás:

$$\|x - \Phi c\|_2^2 \to \min_c$$

Megoldás

- Együtthatók: $c = \Phi^+ x$ (általánosított Fourier-együtthatók)
- Ortogonális projekció: $\hat{x} = \Phi\Phi^+ x$

Példák

- Hatványsorok, Hermite-függvények, spline approximáció, ...

Adaptív projekciók (VP)

Adaptív modell

- $\Phi_0(\theta), \Phi_1(\theta), \ldots, \Phi_{M-1}(\theta) \in \mathbb{R}^N$ paraméteres függvényrendszer

$$x \approx \hat{x} = \sum_{k=0}^{M-1} c_k \Phi_k(\theta) = \Phi(\theta)c$$

- Legkisebb négyzetes optimalizálás:

$$r(c, \theta) := \|x - \Phi(\theta)c\|_2^2 \to \min_{c,\theta}$$

Megoldás

- Lineáris és nemlináris paraméterek szeparálhatóak
- Együtthatók: $c = \Phi^+(\theta)x$ (általánosított Fourier-együtthatók)
- Ortogonális projekció: $\hat{x} = \Phi(\theta)\Phi^+(\theta)x$
- VP funkcionál: $r_2(\theta) := \|x - \Phi(\theta)\Phi^+(\theta)x\|_2^2 \to \min_\theta$

VP példák

Racionális függvények

- Szabad paraméterek: inverzpólusok
- Alapfüggvények: $r_{a,k}(z) := \dfrac{1}{(1-\overline{a}z)^k} \quad (z \in \mathbb{T},\ a \in \mathbb{D},\ k \in \mathbb{N}^+)$
- Racionális rendszer: $\{r_{a_j,k_j} : \ j = 1, 2, \ldots, N,\ k_j = 1, 2, \ldots, m_j\}$

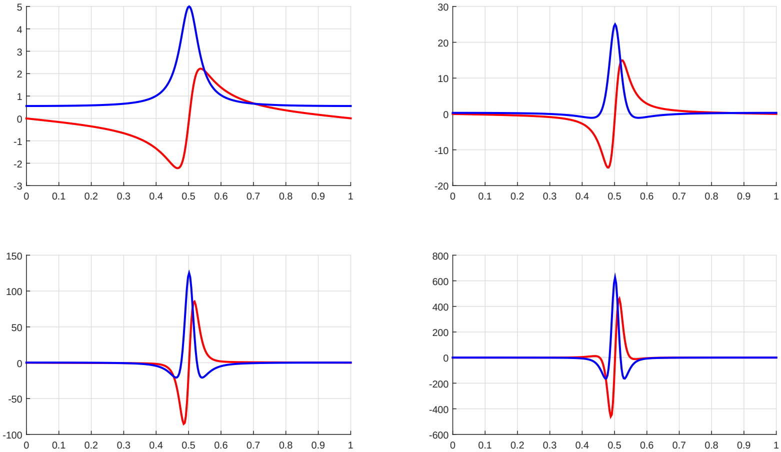
Adaptív Hermite-függvények

- Szabad paraméterek: transzláció és dilatáció
- Függvények: $\Phi_k(\tau, \lambda; x) := \sqrt{\lambda} \cdot \psi_k\left(\lambda(x-\tau)\right) \quad (x \in \mathbb{R},\ \tau \in \mathbb{R},\ \lambda > 0)$

B-spline-ok

- Szabad paraméterek: csomópontok

Példa: racionális alapfüggvények



VP jellemzők

Tulajdonságok

- *Előnyök*: jel-specifikus reprezentáció, interpretálható paraméterek
- *Kihívások*: nem-lineáris optimalizálás, alapfüggvények választása

Interpretáció

- Approximáció, nemlineáris szűrés: $x \mapsto \hat{x}$
- Jellemzőkinyerés (lokális): $x \mapsto c$
- Jellemzőkinyerés (globális): $x \mapsto \theta$

Alkalmazások

- Paraméterbecslés, rendszeridentifikáció
- Modellezés, tömörítés, adaptív szűrés
- Jellemzőkinyerés gépi tanuláshoz: szegmentálás, klasszifikáció, ...

Tartalom

Gépi tanulás alapok

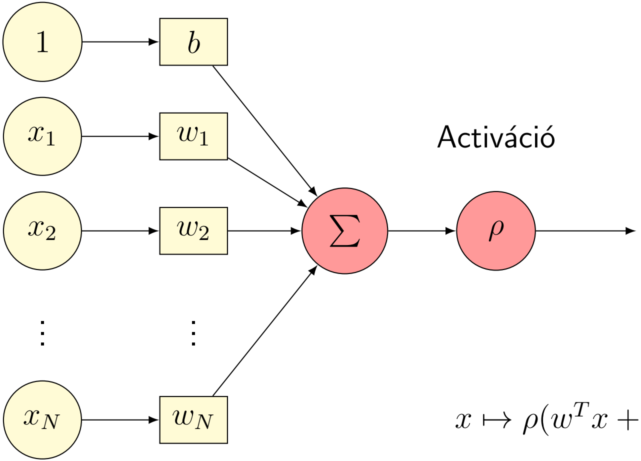
Koncepció

- Ismeretlen/részben ismert/nehezen számítható modell
- Reprezentatív mintaadat
- Általános tanuló rendszerek
- Paradigmák: felügyelt/felügyelet nélküli/megerősítéses tanulás

Felügyelt tanítás

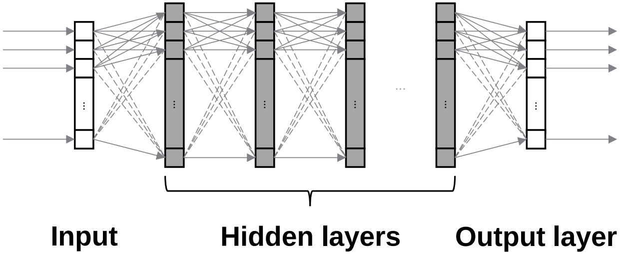
- Bemenet $\mapsto$ predikció (regresszió/osztályozás)
- Annotált, címkézett tanítóadat
- Tanuló rendszer: univerzális approximátor (pl. neurális háló, SVM, döntési fa)
- Tanítás: paraméteroptimalizáció

Mesterséges neuron



$$x \mapsto \rho(w^T x + b) \qquad (x \in \mathbb{R}^N)$$

Előrecsatolt neurális háló



- Architektúra: teljes, előrecsatolt hálózat
- Rejtett és kimeneti rétegek: lineáris leképezés és nemlineáris aktiváció (Sigmoid, ReLU, SoftMax, stb.)

$$x \mapsto f^{(\ell)}(x) = \rho\left(A^{(\ell)}x + b^{(\ell)}\right) \qquad \left(x \in \mathbb{R}^N\right)$$

Előrecsatolt neurális háló

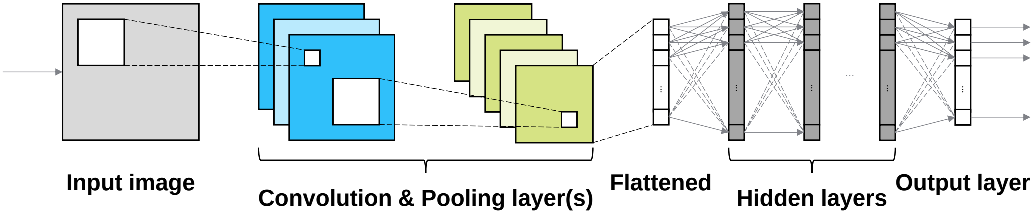
Architektúra

- $f : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^M$ típusú, nemlineáris leképezés:
$$f = f^{(L)} \circ f^{(L-1)} \circ \cdots \circ f^{(1)}$$
- Paraméterek: rétegek száma, mérete, súlyai

Tanítás

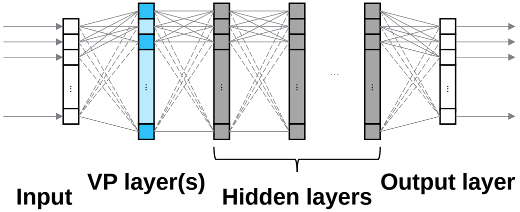
- Numerikus optimalizálási probléma
- Tanítóadat: bemenet-kimenet $\left(x^{(k)}, y^{(k)}\right)$ párok
- Költségfüggvény: pl. $\sum \left\| y^{(k)} - f\left(x^{(k)}\right) \right\|_2 \to \min$
- Iteratív optimalizálás: sztochasztikus gradiens módszer (backpropagation)
- Tanult paraméterek: háló súlyai ($A^{(\ell)}$ és $b^{(\ell)}$)
- Hiperparaméterek: háló mérete, tanulási együttható, ...

Konvolúciós neurális háló (CNN)



- Konvolúciós réteg: konvolúció és nemlineáris aktiváció
- Pooling réteg: dimenziócsökkentés
- Reprezentáció tanulás: beépített többlépcsős jellemzőkinyerés

VPNet[1]



- Modell-alapú neurális háló, modell-információ beépítése
- VP rétegek: VP projekció vagy jellemzőkinyerés:

$$x \mapsto f^{(\mathrm{vp})}(x) = \Phi^{+}(\theta)x = c \qquad \text{(klasszifikáció)}$$

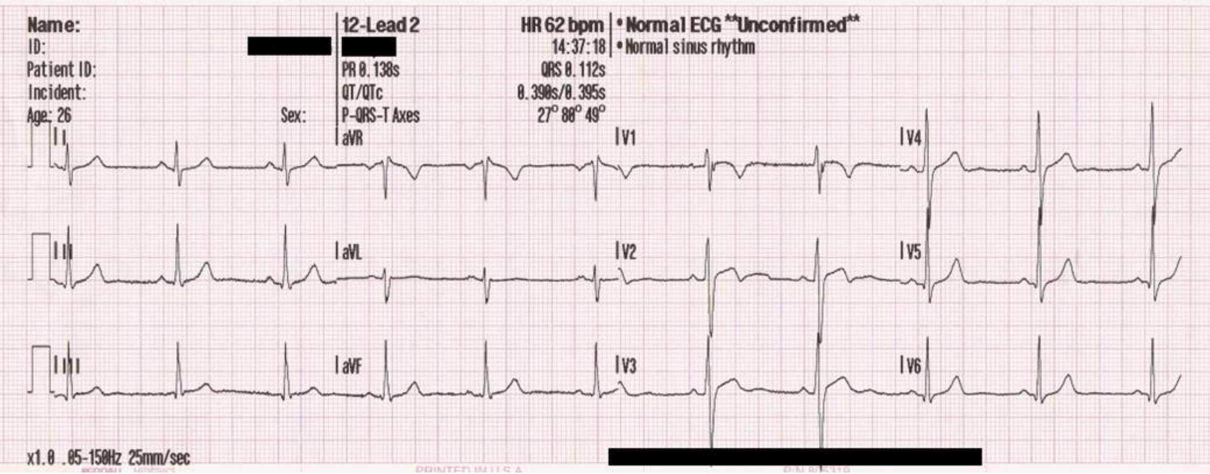
vagy

$$x \mapsto f^{(\mathrm{vp})}(x) = \Phi(\theta)\Phi^{+}(\theta)x = \hat{x} \qquad \text{(regresszió)}$$

[1] https://doi.org/10.1142/S0129065721500544

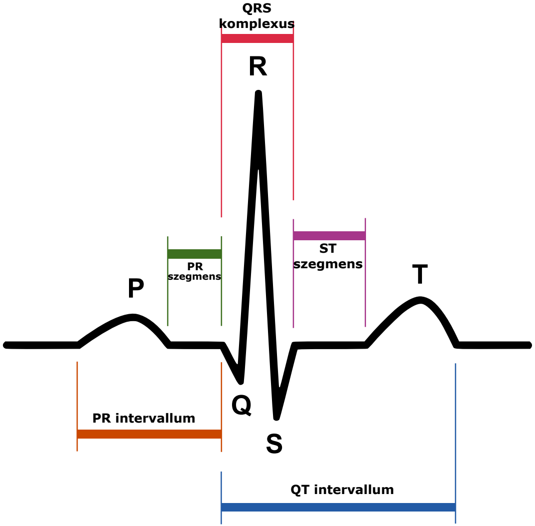
Tartalom

Elektrokardiogram (EKG)



https://en.wikipedia.org/wiki/File:12-lead_ECG.jpg

EKG szívütések



EKG szívütések

- QRS komplexus
- P, T hullámok
- Szegmensek, intervallumok

EKG szívütés-osztályozás

Feladat

- Predikció: szívütések normális-abnormális osztályozása
- Modell-információ: ismert morfológiai tulajdonságok

Hagyományos gépi tanulás

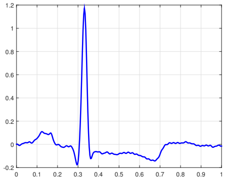
- Modell-alapú jellemzőkinyerés
- Adat-vezérelt osztályozás (pl. neurális háló)

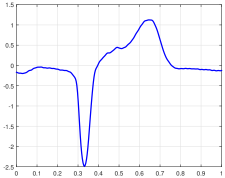
Mélytanulás

- Mélyháló (pl. CNN), reprezentáció tanulás
- Modell-információ figyelmen kívül hagyása

Modell-alapú gépi tanulás

- Modell-információ kombinációja neurális hálóval



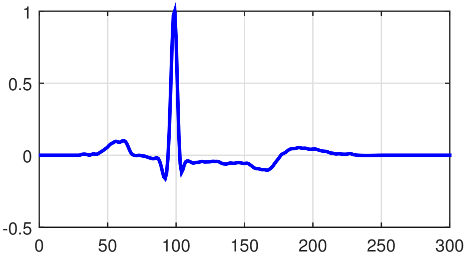


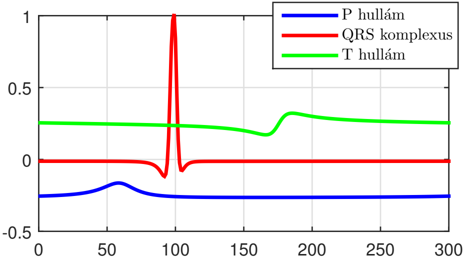
MIT-BIH Arrhythmia Database, PhysioNet

Példa: EKG reprezentáció

Racionális adaptív projekció (VP)

Példa: EKG reprezentáció





Racionális modell interpretációja

EKG szívütés-osztályozás – eredmények

Hagyományos gépi tanulás

- Jellemzők: statisztikai, hullámforma, Fourier, Wavelet, ICA, PCA, racionális[2], Hermite, spline, fúzió[3], ...
- Tanuló módszer: LD, DT, SVM, NN, ...

Mélytanulás

- CNN, U-Net, transformer, ...

Modell-alapú gépi tanulás

- VPNet, VP deep unfolding (folyamatban)

---

[2] https://doi.org/10.1016/j.bspc.2020.102034

[3] https://doi.org/10.1016/10.1007/978-3-030-45096-0_44

Tartalom

Összefoglalás

Feladatkör

- Jel- és képfeldolgozási problémák
- Modell-információ és reprezentatív tanítóadat

Jellemzőkinyerés

- Jobb reprezentáció, dimenziócsökkentés
- Modell-információ alkalmazása
- Gépi tanulás hatékonyságának növelése
- Jó jellemzők kiválasztása nehéz

Gépi tanulás megközelítések

- Hagyományos: jellemzőkinyerés és gépi tanulás, szuboptimális lehet
- Mélytanulás: hatékony adat-vezérelt, de fekete doboz megközelítés
- Modell-alapú: reprezentáció tanulás modell-információ alapján

Köszönöm a figyelmet!