Bevezetés az aktív kontúr modellbe

Knoch Júlia

Eötvös Loránd Tudományegyetem

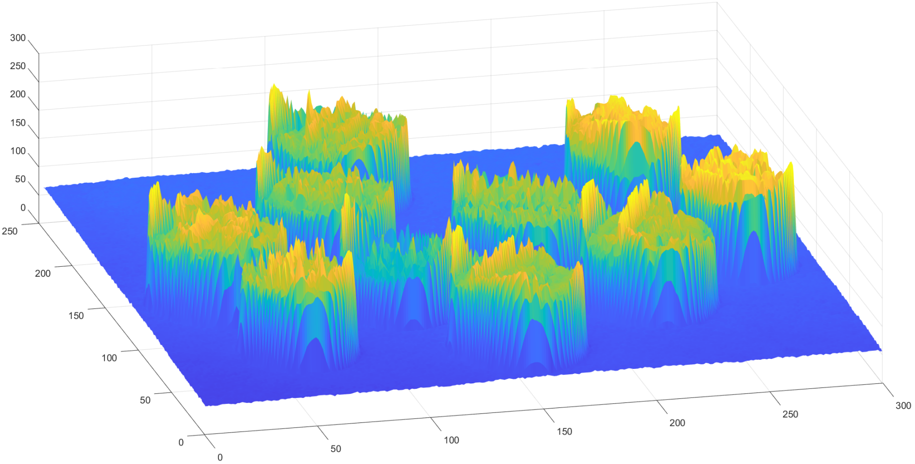
2024. április 24.

Képszegmentálás: hogyan kezdjünk neki?

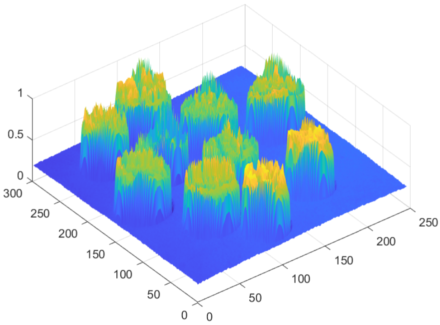
Első ötlet: keressük meg az éleket!

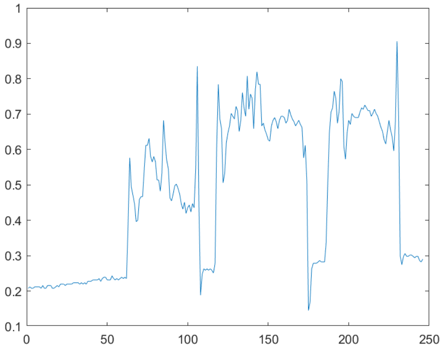
Képszegmentálás: hogyan kezdjünk neki?

Első ötlet: keressük meg az éleket!



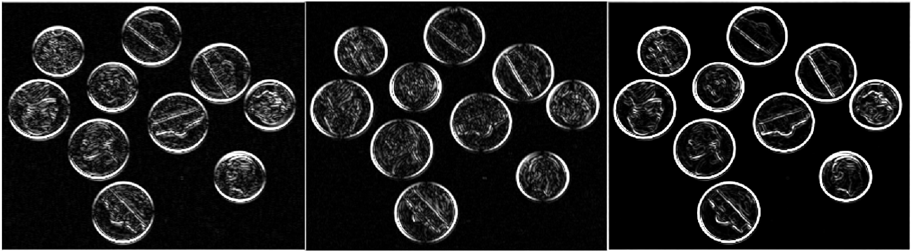
Képszegmentálás: hogyan kezdjünk neki?





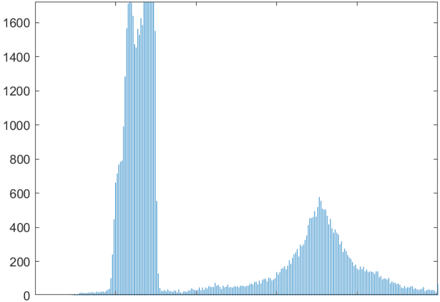
Ott vannak élek, ahol a deriváltak nagyok -> Derivált szűrők alkalmazása

Képszegmentálás: hogyan kezdjünk neki?

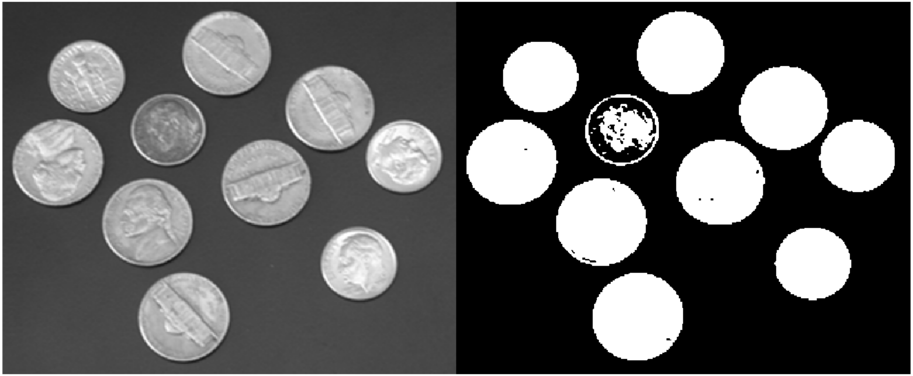


Képszegmentálás: hogyan kezdjünk neki?

Második ötlet: próbáljuk meg szétválasztani két csoportra a pixeleket az intenzitás alapján -> Otsu és egyéb küszöbölési technikák

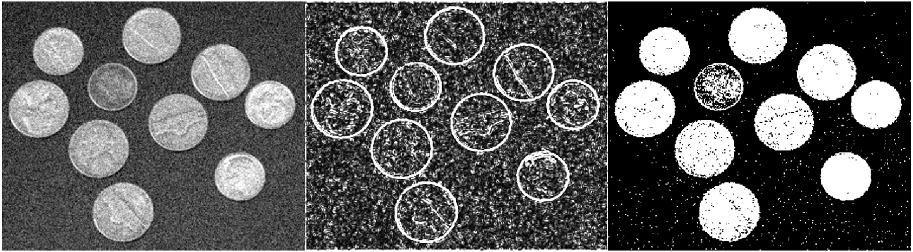


Képszegmentálás: hogyan kezdjünk neki?

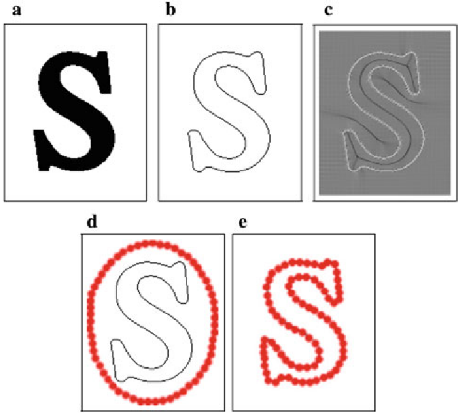


Fő problémák

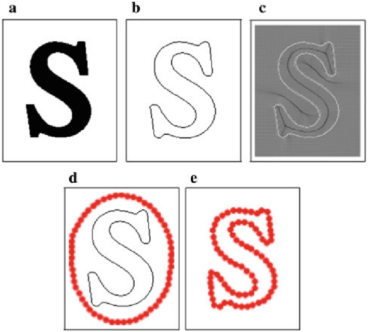
- A megtalált él/terület nem feltétlenül folytonos
- Egyéb élek bezavarnak
- Zajos képeken nem jól működik



1. Keressük az élet rögtön egy folytonos, sima kontúrként
2. A képből készítsünk egy energiamezőt, aminek a keresett pontok mentén van minimuma



Az Aktív Kontúr Modell alapötlete[3]



Azt kell megkeresnünk, hogy az $\int_0^1 E_{out}(v(s))\mathrm{d}s$ integrál milyen $v(s)$ görbe mentén veszi fel a minimumát
Viszont a görbe tulajdonságaihoz is rendelnünk kell valamilyen mérőszámot, hogy tudjuk befolyásolni, milyen alakot vesz fel:

$$E_{sum} = \int_0^1 E_{int}(v(s)) + E_{out}(v(s))\mathrm{d}s$$

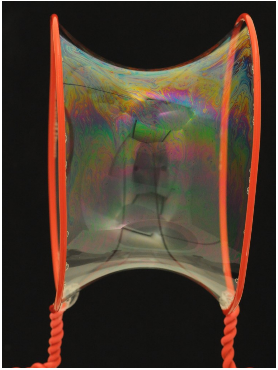
A probléma legegyszerűbb verziója: Milyen alakot vesz fel egy lelógó lánc homogén gravitációs térben?

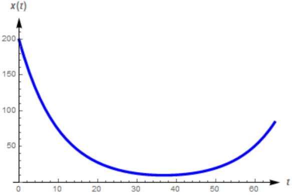
- A potenciális energia egy tömegpontra: $E = mgh$
- A lánc teljes energiájához ívhossz mentén összegezni kell a potenciális energiát

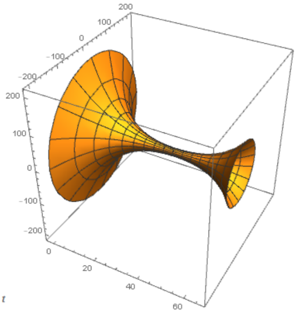
$$
\begin{aligned}
E_{sum} &= \int_0^1 e_{pot}\mathrm{d}s = \int_{x_0}^{x_1} \rho g y(x)\sqrt{1+(y'(x))^2}dx \\
&= \rho g \int_{x_0}^{x_1} y(x)\sqrt{1+(y'(x))^2}dx
\end{aligned}
$$

(Kellenek hozzá még egyéb határfeltételek)

Egy még egyszerűbb feladat: minimális felület meghatározása







A minimális forgásfelület:

$$A = 2\pi \cdot \int_{x_0}^{x_1} y\mathrm{d}s = \int_{x_0}^{x_1} y(x)\sqrt{1+(y'(x))^2}\mathrm{d}x$$

Hogyan lehet meghatározni, hogy egy ilyen $S[y(x)] = \int L(y(x), y'(x), x)\mathrm{d}x$ funkcionál mely $y(x)$ függvényre veszi fel a minimumát?

A variációszámítás alapfeladata

Azt keressük, hogy az alábbi S funkcionálnak milyen $y(x)$ függvény mellett van szélsőértéke.

$$S[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} L(y(x), y'(x), x)\mathrm{d}x$$

Variációs derivált:

$$\frac{\delta S}{\delta y} := \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial L}{\partial y'}$$

Állítás:

$$S\text{-nek } y(x) \text{ helyen szélsőértéke van} \implies \frac{\delta S}{\delta y} = 0$$

(Euler-Lagrange egyenlet)

Kiegészítés az Euler-Lagrange egyenlethez

Ha L y''-tól is függ, azaz

$$S[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} L(y(x), y'(x), y''(x), x)\mathrm{d}x,$$

az Euler-Lagrange egyenlet az alábbi alakra módosul:

$$\frac{\partial L}{\partial y} - \left(\frac{\partial L}{\partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial L}{\partial y''}\right)'' = 0$$

Továbbá ha az y vektormennyiség, akkor az Euler-Lagrange egyenlet minden y_k-ra külön-külön teljesül:

$$\frac{\partial L}{\partial y_k} - \left(\frac{\partial L}{\partial y'_k}\right)' + \left(\frac{\partial L}{\partial y''_k}\right)'' = 0$$

Aktív kontúrok variációs felírása

Az energiánk az alábbi volt:

$$E_{sum} = \int (E_{int} + E_{out})\mathrm{d}s$$

E_{int} modellezhető fizikai példákból:
Legyen a rugalmas szál egy paraméterezése $\mathbf{v}(s) = (x(s), y(s))$, $s \in [0, 1]$, ekkor a belső energia közelítése egy adott :

$$E_{int}(s) = \frac{1}{2}\left(\alpha \left|\mathbf{v}'(s)\right|^2 + \beta \left|\mathbf{v}''(s)\right|^2\right)$$

A tejes funkcionál:

$$S[\mathbf{v}(s)] = \int_0^1 \left(E_{out}(s) + \frac{1}{2}\left(\alpha \left|\mathbf{v}'(s)\right|^2 + \beta \left|\mathbf{v}''(s)\right|^2\right)\right) \mathrm{d}s$$

Aktív kontúrok variációs felírása

A tejes funkcionál:

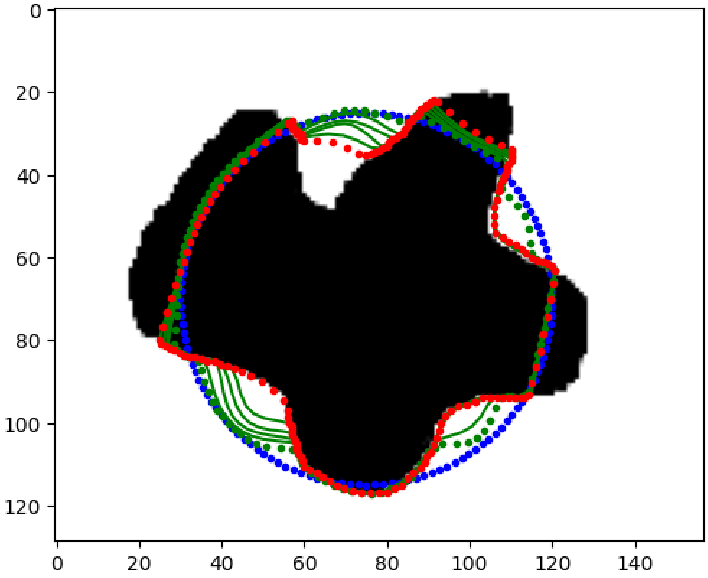
$$S[\mathbf{v}(s)] = \int_0^1 \left(E_{out}(s) + \frac{1}{2} \left(\alpha \left| \mathbf{v}'(s) \right|^2 + \beta \left| \mathbf{v}''(s) \right|^2 \right) \right) \mathrm{d}s$$

Ebből az Euler-Lagrange egyenletek:

$$\alpha x'' - \beta x'''' + \frac{\partial E_{out}(x,y)}{\partial x} = 0$$
$$\alpha y'' - \beta y'''' + \frac{\partial E_{out}(x,y)}{\partial y} = 0$$

1. változat: potenciális energia előállítása éldetektálásból

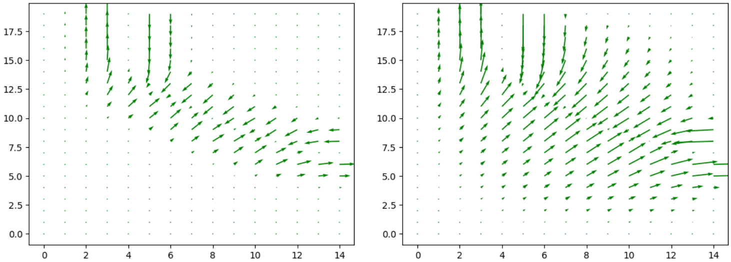
Megoldás



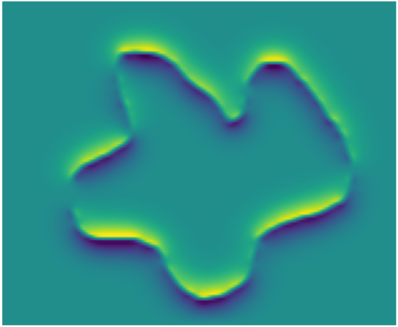
Erőtér előállítása: Gradient Vector Flow[5]

Kiindulás: az előző módszer $\mathbf{F}_0(x,y)$ erőtere.

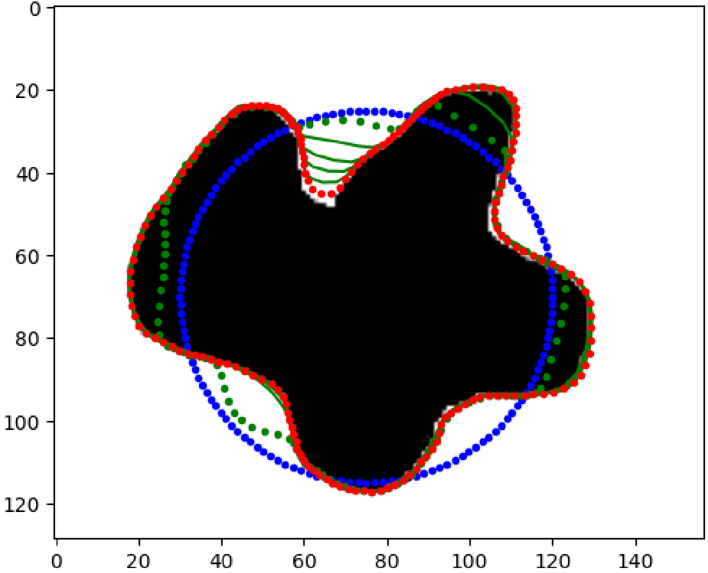
$$\epsilon = \int\int \mu \left(\left(\frac{\mathrm{d}F_X(x,y)}{\mathrm{d}x}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}F_X(x,y)}{\mathrm{d}y}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}F_Y(x,y)}{\mathrm{d}x}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}F_Y(x,y)}{\mathrm{d}y}\right)^2 \right) + |\mathbf{F}_0(x,y)|^2 |\mathbf{F}(x,y) - \mathbf{F}_0(x,y)|^2 dxdy$$



Éldetektálás vs GVF



Megoldás GVF-val

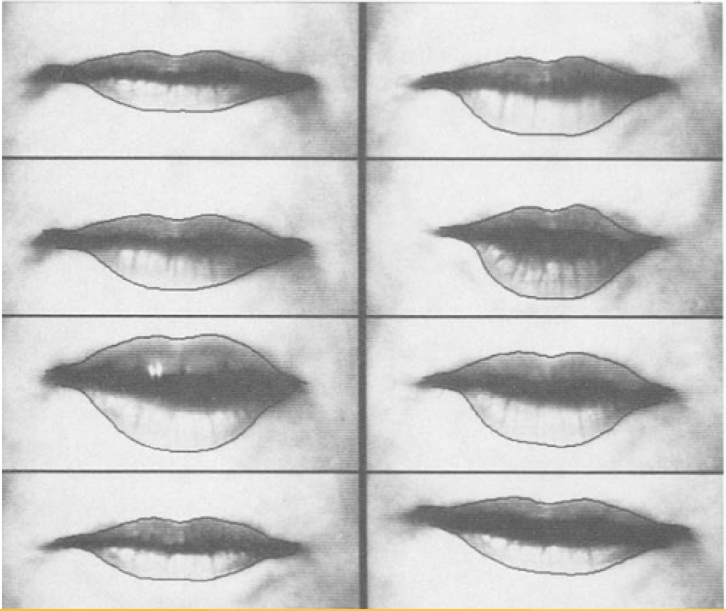


Terület alapú ACM

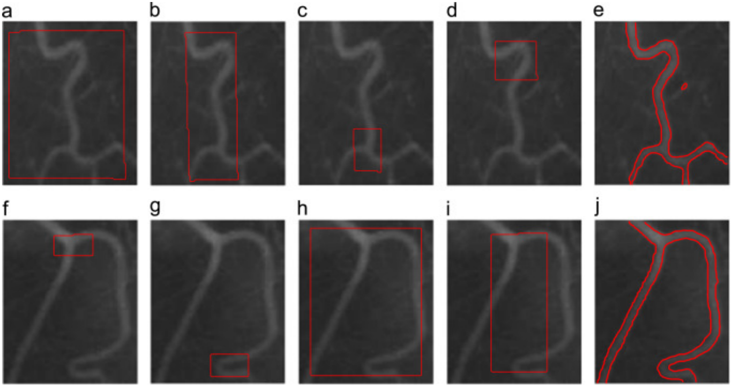
Mumford-Shah funkcionál[4]

$$E = \alpha \int_{\Omega} (I(x) - I_{approx}(x))^2 \mathrm{d}x + \beta \int_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla I_{approx}|^2 \mathrm{d}x + \gamma \int_{\Gamma} \mathrm{d}s$$

ACM felhasználása[3]



ACM felhasználása[6]



ACM felhasználása[1]

Források I

[1] Zeynep Akbulut és tsai. „Automatic building extraction from image and LiDAR data with active contour segmentation". *Journal of the Indian Society of Remote Sensing* 46 (2018), 2057–2068. old.

[2] Györgyi Géza. *Elméleti mechanika előadások*. URL: http://glu.elte.hu/~gyorgyi/teaching/Elmeleti_Mechanika/jegyzet/emjegyzet.pdf.

[3] Michael Kass, Andrew Witkin és Demetri Terzopoulos. „Snakes: Active contour models". *International journal of computer vision* 1.4 (1988), 321–331. old.

[4] Andy Tsai, Anthony Yezzi és Alan S Willsky. „Curve evolution implementation of the Mumford-Shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification". *IEEE transactions on Image Processing* 10.8 (2001), 1169–1186. old.

Források II

[5] Chenyang Xu és Jerry L Prince. „Gradient vector flow: A new external force for snakes”. *Proceedings of IEEE computer society conference on computer vision and pattern recognition.* IEEE. 1997, 66–71. old.

[6] Sanping Zhou és tsai. „Active contour model based on local and global intensity information for medical image segmentation”. *Neurocomputing* 186 (2016), 107–118. old.